

Второй Приморский математический турнир
Отборочный тур, 10 декабря 2023 г.

Правила

- На выполнение заданий даётся *60 минут*.
- Решите задачу, запишите ответ в *бланке ответов* и покажите его проверяющему.
- Запишите *подробное решение* задач 5, 10 и 15 и сдайте его проверяющему.
- За каждый неверный ответ *снимается* один балл.
- *Бонусы*:
 - первыми получили ответ на вопрос: +1 балл,
 - первыми получили ответы на все вопросы из блока: +2 балла.

Бланк ответов

задание	ответ	отметка	время	примечание
<i>Числа и вычисления</i>				
1				
2				
3				
4				
5				
<i>Фигуры</i>				
6				
7				
8				
9				
10				
<i>Рассуждения</i>				
11				
12				
13				
14				
15				

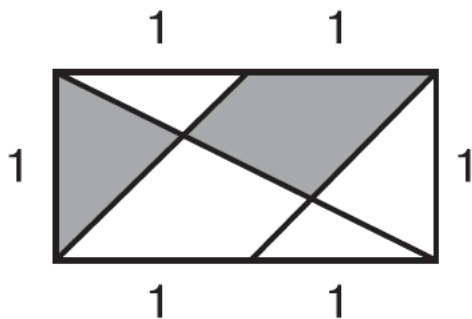
1. 2 балла. Сколько цифр в числе $4^5 \cdot 5^{13}$?
2. 2 балла. В кампусе ДВФУ в центре парка растёт большое дерево. К дереву ведёт 6 дорожек. У четырёх из них есть две выделенные полосы для движения на самокате — по одной в каждую сторону. На двух других дорожках тоже есть выделенные полосы для самокатов, но только в одну сторону — к дереву. Студент Савелий, проживающий в кампусе, захотел прокатиться на самокате до дерева и уехать обратно в общежитие на этом же самокате. Сколько вариантов прокатиться по этим дорожкам у него есть?
3. 2 балла. Автомат делит чётное число пополам, а нечётное увеличивает на 5. Известно, что за 3 шага автомат получил из нечётного числа n число 35. Какова сумма цифр числа n ?
4. 3 балла. Сколько существует целых чисел n таких, что число $\frac{n+11}{n+7}$ тоже целое?
5. 4 балла, подробное решение. Известно, что

$$f(f(x)) = 4x - 3$$

для некоторой линейной функции $f(x)$. Найдите её (все варианты).

Фигуры

6. 2 балла. На плоскости через данную точку провели 20 прямых. Какое наибольшее количество прямых углов может при этом появиться?
7. 2 балла. От арбуза радиусом 15 см отрезали верхушку толщиной в 6 см. Каков радиус окружности на срезе?
8. 3 балла. В окружность радиуса 3 см вписан прямоугольник $ABCD$. Точки K , L , M и N — середины его сторон, причём $KLMN$ — выпуклый четырёхугольник. Каков периметр $KLMN$?
9. 3 балла. Отношение углов треугольника равно $1 : 5 : 6$. Длина наибольшей стороны — 6 см. Какова длина высоты, опущенной на наибольшую сторону?
10. 4 балла, подробное решение. Каково отношение площади закрашенной фигуры к площади всего прямоугольника?



11. 2 балла. Перед началом игры в карты Ваня, Настя и Полина внесли деньги в отношении $1 : 2 : 3$ соответственно. В конце игры они согласились, что было бы справедливо поделить деньги в отношении $4 : 5 : 6$. Кто выиграл (заработал больше всех) и кто проиграл (заработал меньше всех или потратился) в этой игре?
12. 2 балла. У Антона есть моток жёсткой проволоки длиной 12 дм. На какое наименьшее число кусков его нужно разрезать, чтобы собрать каркас куба с ребром 1 дм?
13. 3 балла. На доске записаны числа 1, 3 и 5. За один ход Кириллу разрешено выбрать два разных числа и заменить каждое из них их средним арифметическим. Если все 3 числа равны, процесс прекращается. Какое наибольшее число может получить Кирилл при такой процедуре после 2000 шагов?
14. 3 балла. Из приведённых утверждений ровно одно ложно. Какое?
- (А) Утверждения (В) и (D) оба истинны или оба ложны.
- (В) Одно из утверждений (С) и (Е) истинно, а другое — ложно.
- (С) Утверждения (D) и (А) оба истинны или оба ложны.
- (D) Одно из утверждений (Е) и (В) истинно, а другое — ложно.
- (Е) Одно из утверждений (А) и (С) истинно, а другое — ложно.

15. 4 балла, подробное решение. В натуральном ряду над каждым числом, кратным 10, написали букву α , над оставшимися числами, кратными трём — букву β , над оставшимися чётными числами — букву γ , над остальными числами — букву δ . Какие из троек $\alpha\beta\delta$, $\alpha\gamma\beta$, $\gamma\delta\gamma$ и $\alpha\beta\gamma$ возможны?