

Третий Приморский математический турнир
Отборочный тур, 8 декабря 2024 г.

Правила

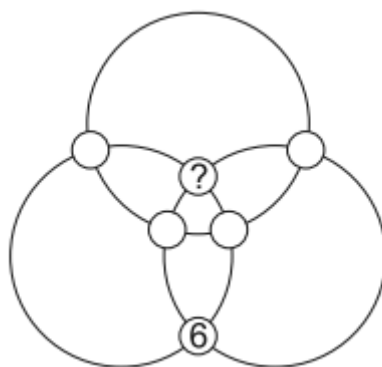
- На выполнение заданий даётся *60 минут*.
- Решите задачу, запишите ответ в *бланке ответов* и покажите его проверяющему.
- Запишите *подробное решение* задачи 5 в каждом блоке и сдайте его проверяющему.
- За каждый неверный ответ *снимается* один балл.
- *Бонусы:*
 - первыми получили ответ на вопрос: +1 балл,
 - первыми получили ответы на все вопросы из блока: +2 балла.

Бланк ответов

Команда _____

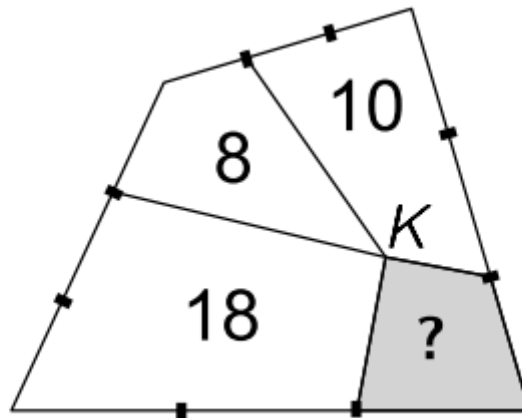
задание	ответ	отметка	время	примечание
<i>Числа и вычисления</i>				
1				
2				
3				
4				
5				
<i>Фигуры</i>				
6				
7				
8				
9				
10				
<i>Рассуждения</i>				
11				
12				
13				
14				
15				

1. *2 балла.* Женя гуляет вокруг университета и полностью обходит его за 12 минут. Полина, как закоренелая спортсменка, по той же дороге в ту же сторону пробегает и встречает (обгоняет) Женю каждые 12 минут. Через какие промежутки времени Полина будет встречать Женю, если она будет бегать с той же скоростью, но в обратном направлении?
2. *2 балла.* Начинаящий бизнесмен Ваня случайно перемешал печеньки «Орешки» (которые стоят 300 руб за фунт) и печеньки «Курабье» (200 руб за фунт). По какой цене за фунт Ване надо продавать эту смесь участникам Приморского математического турнира, чтобы не потерять в прибыли и выручить ту же сумму, если известно, что первоначально общая стоимость всех «Орешков» была равна общей стоимости «Курабье»?
3. *2 балла.* Цифры от 1 до 6 ставятся на пересечениях трёх колец в кружочки (см. рисунок). Число 6 уже поставлено. Какое число нужно поместить в кружок со знаком вопроса, чтобы сумма чисел на каждом кольце была одинаковой?



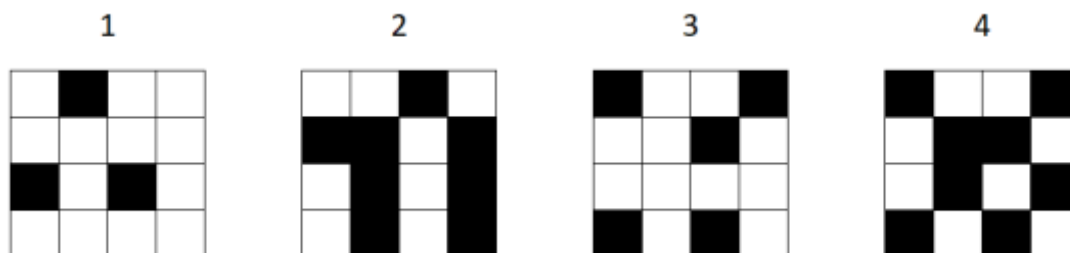
4. *3 балла.* Найдите наименьшее натуральное число, которое можно получить при подстановке натуральных чисел вместо переменных x , y и z в выражение $13x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 6xz + y$.
5. *4 балла, подробное решение.* Шесть почти честных гномов спрятали добытые самоцветы на вершине горы. Через год первый гном взобрался на гору и попробовал разделить все самоцветы на шесть равных частей, но один самоцвет оказался лишним. Гном забрал себе одну из шести получившихся частей и лишний самоцвет, а остальные самоцветы спрятал. То же самое сделали по очереди остальные гномы, причём никто из них не знал о действиях предыдущих гномов. Через много лет путешественник Антон наткнулся на спрятанные самоцветы. Какое наименьшее количество самоцветов мог найти Антон?

6. 2 балла. В квадратной клетчатой сетке 3×3 точками отметили все узлы и углы. Всего получилось 16 точек. Какое наименьшее число треугольников нужно нарисовать, чтобы каждая отмеченная точка попала на сторону или вершину хотя бы одного из нарисованных треугольников? Нарисуйте эти треугольники.
7. 2 балла. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке K . Оказалось, что $AB = BK = KD$. На отрезке KC отметили такую точку L , что $AK = LC$. Найдите $\angle BLA$, если известно, что $\angle ABD = 52^\circ$ и $\angle CDB = 74^\circ$.
8. 3 балла. На рисунке изображён четырёхугольник, разделённый на четыре меньших четырёхугольника с общей вершиной K . Все стороны большого четырёхугольника разделены на три равные части. Числами 8, 10 и 18 обозначены площади соответствующих маленьких четырёхугольников. Какова площадь заштрихованного четырёхугольника?



9. 3 балла. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AD \parallel BC$, $AB \nparallel CD$, $\angle ABC = 108^\circ$ и $\angle ADC = 54^\circ$. На луче BA за точкой A отметили точку K такую, что $AK = BC$. Найдите угол DKC , если известно, что $\angle BKC = 27^\circ$.
10. 4 балла, подробное решение. Прямоугольный брусок $6 \times 5 \times 5$ покрасили снаружи в синий цвет, а потом распилили на единичные кубики. Из какого наибольшего числа кубиков можно сложить синий снаружи брусок без внутренних полостей, используя только кубики с хотя бы одной синей гранью?

11. *2 балла.* Савелий и Настя работают в ДВФУ. Савелий работает день через два, а Настя работает день через три. Савелий и Настя оба работают в воскресенье, 1 декабря. В какие еще дни они оба будут работать вместе в декабре? Укажите числа и дни недели.
12. *2 балла.* В голову Полине прилетел бумажный самолет. Полина развернула его и прочитала: «Ты — умная женщина!». Она повернулась к стоящим за ней ребятам: Антону, Кириллу, Ивану. Все три мальчика отвели взгляд.
- Кто из вас делает мне такие комплименты? — спросила Полина.
- Это Кирилл! — сказал Антон.
- Я ничего такого не делал! — сказал Кирилл.
- Не имею никакого представления, о чём ты говоришь! — сказал Иван.
- Подруга Полины Настя усмехнулась: «Двое из них лгут!». Однако она не хочет больше ничего говорить. Кто же восхищается умственными способностями Полины?
13. *3 балла.* Дана таблица с n строками и десятью столбцами. Антон и Полина по очереди ставят в клетки таблицы звёздочки и сердечки. За ход Антон ставит две звёздочки в свободные клетки (или, если осталось одно незаполненное поле, то 1 звёздочку), а Полина ставит одно сердечко. Начинает Антон. Игра заканчивается, когда все клетки таблицы заполнены. Если есть строка, заполненная только звёздочками, побеждает Антон, иначе Полина. Для какого минимального n Антон может гарантировать себе победу?
14. *3 балла.* Евгений Леонидович нарисовал на доске 4 таблицы 4×4 . Он вызвал к доске Кирилла, Полину, Савелия и Анастасию. Каждый из ребят выбрал себе одну таблицу. Кирилл и Полина просто закрасили некоторые клетки своих таблиц. Савелий закрасил на своей таблице только те клетки, которые были не закрашены и у Кирилла, и у Полины. Анастасия аналогично закрасила только те клетки, которые были не закрашены и у Полины, и у Савелия. Ребята сели на место, и Евгений Леонидович увидел на доске такие 4 таблицы:



Помогите Евгению Леонидовичу определить какая таблица кому принадлежит.

15. *4 балла, подробное решение.* У Савелия в комнате есть 4 кактуса. Кирилл может взять несколько кактусов и спросить Савелия, сколько из взятых кактусов не колются (ответы Савелия всегда правдивы). За какое наименьшее количество попыток можно узнать, какие кактусы не колются? Приведите тактику.